

*KATEDRA ZA BETONSKE KONSTRUKCIJE I MOSTOVE  
STRUČNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA*

# **BETONSKE KONSTRUKCIJE I**

(god. 2007/2008.)

*Predmetni nastavnik:  
V.pred. mr.sc. Vladica Herak-Marović, dipl.ing.građ.*

## Nastavne jedinice kolegija:

- (1) Fizikalno mehanička svojstva betona i čelika za armiranje; deformacije betona;
- (2) Uvjeti zajedničkog rada betona i armature; prionljivost, sidrenje, nastavljanje, oblikovanje, zaštitni slojevi; razmaci šipki; odredbe propisa;
- (3) Osnove proračuna armiranobetonskih elemenata prema GSN;
- (4) Dimenzioniranje presjeka na savijanje (pravokutni presjeci, T-presjeci, jednostruki i dvostruko armirani presjeci);
- (5) Dimenzioniranje presjeka na centrični i ekscentrični tlak i vlak;
- (6) Dimenzioniranje na poprečne sile; dimenzioniranje na torziju;
- (7) Lokalni tlačni naponi;
- (8) Vitki elementi naprezani centričnom i ekscentričnom tlačnom silom; stupovi;
- (9) Osnove proračuna armiranobetonskih elemenata prema GSU;
- (10) Konstruiranje armature u različitim elementima konstrukcija; neki detalji; odredbe propisa.

*Osnove proračuna armiranobetonskih elemenata  
prema graničnom stanju uporabljivosti (GSU)*

# GRANIČNA STANJA UPORABLJIVOSTI

**Da bi se** armiranobetonskim elementima i konstrukcijama osim propisane sigurnosti **osiguralo i zahtijevano ponašanje tijekom uporabe**, mora se dokazati da su zadovoljena **granična stanja uporabljivosti**.

Pod pojmom uporabljivosti podrazumijeva se **ograničavanje naprezanja, pukotina, deformiranja, zamora i vibracija**.

*Granično stanje uporabljivosti će biti zadovoljeno ako vrijedi:*

$$E_d \leq C_d$$

gdje je:

$E_d$  = proračunska vrijednost izazvana opterećenjem (naprezanje, deformacija, širina pukotine i sl.)

$C_d$  = vrijednost adekvatna  $E_d$  dana propisom ili normom kao dopuštena granična vrijednost

## **Granično stanje naprezanja**

Naprezanja za proračunsko opterećenje se ograničavaju kako bi se spriječilo prekomjerno plastično deformiranje i raspucavanje koje ugrožava trajnost i uporabljivost armiranobetonskih i prednapetih konstrukcija.

Ograničava se veličina naprezanja u betonu i čeliku.

### **Beton:**

- Za rijetku kombinaciju djelovanja

$$\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$$

- Za kvazistalnu kombinaciju djelovanja

$$\sigma_c \leq 0.45 f_{ck} \quad (\text{za C 25/30 - } f_{ck}=25 \text{ MPa})$$

Tim uvjetima se ograničava tlačno naprezanje betona kako bi se **spriječilo slabljenje tlačne zone otvaranjem poprečnih mikropukotina** nastalih poprečnim vlačnim naprezanjima zbog sila cijepanja (nastaju zbog nehomogenosti betona) te **prekomjerne plastične deformacije** betona koje su uzrok povećanog deformiranja.

## Čelik:

- Za rijetku kombinaciju djelovanja

$$\sigma_s \leq 0.8 f_{yk}$$

- Za indirektno djelovanje (prinudne deformacije)

$$\sigma_s \leq 1.0 f_{yk}$$

- U čeliku za prednapinjanje, nakon svih gubitaka, za rijetku kombinaciju djelovanja

$$\sigma_s \leq 0.75 f_{pk}$$

Tim uvjetima se želi *ograničiti pretjerano deformiranje armature*, a time i *širine pukotina*.

**Kada uvjeti ograničenja naprezanja nisu ispunjeni, potrebno je pojačati presjek i/ili armaturu, ili poduzeti druge mjere.**

*Za određivanje napona u betonu i čeliku koriste se pretpostavke linearne teorije elastičnosti* (linearna raspodjela naprezanja u betonu i čeliku), te konstantan odnos modula elastičnosti  $E_s/E_c = 15$ , odnosno metoda dopuštenih napona.

***Dokaz graničnog stanja naprezanja može izostati ako je:***

- proračun na granično stanje nosivosti zadovoljen;
- predviđena minimalna armatura u skladu s normom;
- armiranje provedeno prema pravilima danim u normi;
- proračun reznih sila proveden po teoriji elastičnosti s ograničenom preraspodjelom manjom od 30%.

## ***Granično stanje pukotina***

Raspucavanje armiranobetonskih konstrukcija se ograničava kako bi se *sprejebile štetne posljedice za trajnost građevine* (na pr. propadanje konstrukcije zbog korozije armature ili zbog propuštanja tekućina ili plinova), *te loš vanjski izgled*.

### ***Razlikuje se:***

- **granično stanje pojave pukotina**
- **granično stanje širine pukotina**

**Granično stanje pojave pukotina** je ono u kojem je, za predviđenu kombinaciju opterećenja, vlačno naprezanje u utvrđenom vlakancu poprečnog presjeka jednako vlačnoj čvrstoći betona.

**Granično stanje širine pukotina** je ono u kojem je, za određenu kombinaciju opterećenja, prognozirana karakteristična širina pukotina jednaka graničnoj vrijednosti danoj propisima, normama ili drugim zahtjevima.

U armiranobetonskim konstrukcijama naprezanim savijanjem, poprečnom silom, torzijom i vlakom, *pukotine u betonu se najčešće ne mogu izbjeći.*

***Uzroci nastanka pukotina u betonu su različiti:***

Osim ***opterećenja***, uzrok ranom raspucavanju mogu biti naprezanja izazvana nelinearnim ***temperaturnim promjenama***, ***skupljanjem*** ili ***hidratacijskom toplinom*** u očvrslom betonu.

Naprezanja izazvana ovim djelovanjima, odnosno spriječenošću slobodnog deformiranja, imaju nelinearan tijek po visini presjeka, a pojavljuju se u statički određenim i statički neodređenim konstrukcijama.

Uzrok raspucavanju može biti i naprezanje izazvano ***prisilnim deformiranjem*** nastalim ***zbog popuštanja ležaja, zaokretanja potpora*** (stupa), ***deformiranja*** priključnih elemenata zbog temperaturnih promjena i/ili skupljanja betona, te zbog ***neizravnih djelovanja***.

Pukotine nisu smetnja ako im širina ne premašuje graničnu vrijednost uvjetovanu korozijom, vanjskim izgledom ili nepropusnošću za tekućine i plinove.

- **Propisane granične širine pukotina (norma HRN ENV 1992-1-1) ako nema posebnih zahtjeva:**
  - za armiranobetonske elemente  $w_g = 0.3$  mm
  - za prednapete elemente  $w_g = 0.2$  mm.

**Posebni zahtjevi postavljaju se za građevine koje se nalaze u vrlo agresivnom okolišu.**

- **Za provjeru graničnog stanja trajnosti primjenjuje se kvazistalna i česta kombinacija opterećenja.**
- **Ograničenje širine pukotina u armiranobetonskim i prednapetim konstrukcijama može se postići:**
  - ugrađivanjem armature jednake ili veće od minimalne u vlačno područje
  - ograničenjem razmaka i promjera šipki armature.

## ***Minimalna armatura za ograničenje širine pukotina***

Kada se želi ograničiti širina pukotina armiranobetonskih i prednapetih konstrukcija, valja predvidjeti minimalnu armaturu, osobito ako postoji mogućnost izravnog i neizravnog djelovanja izazvanog spriječenosti slobodnog deformiranja.

*Razlikuju se dvije vrste naprezanja koje će izazvati raspucavanje:*

- savijanje elementa (uvijek postoji vlačno i tlačno područje)
- centrični vlak (cijeli presjek je vlačno naprezan).

***Minimalna armatura (stanje naprezanja II) može se odrediti prema izrazu:***

$$A_{s,\min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,\text{eff}} \cdot \frac{A_{ct}}{\sigma_s}$$

$$A_{s,\min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot \frac{A_{ct}}{\sigma_s}$$

gdje je:

- $k_c$  – koeficijent kojim se uzima u obzir raspodjela naprezanja po visini presjeka pri pojavi prve pukotine
  - $k_c = 1.0$  – za naprezanje izazvano centričnom vlačnom silom
  - $k_c = 0.4$  – za naprezanje izazvano savijanjem
  - $k_c = 0$  – za stalno tlačno naprezanje elemente pri rijetkoj kombinaciji djelovanja
  
- $k$  – koeficijent umanjenja kojim se uzima u obzir nelinearna raspodjela vlačnog naprezanja po presjeku izazvanog temperaturnim promjenama i/ili skupljanjem unutar elementa (izravno djelovanje)
  - $k = 0.8$  – općenito
  - $k = 0.8$  – pravokutni presjek  $h \leq 30$  cm
  - $k = 0.5$  – pravokutni presjek  $h \geq 80$  cm  
(između gornjih vrijednosti vrijedi linearna interpolacija)
  - $k = 1.0$  – vlačno naprezani elementi zbog spriječenosti slobodnog deformiranja izvana ili zbog deformiranja priključnih elemenata

$f_{ct,eff}$  – vlačna čvrstoća betona u vrijeme pojave prve pukotine (kada starost betona nije moguće točno utvrditi, zbog sigurnosti valja uzeti

$$f_{ct,eff} \geq 3.0 \text{ N/mm}^2$$

$A_{ct}$  – vlačna površina presjeka neposredno prije pojave prve pukotine

$\sigma_s$  – naprezanje u armaturi za stanje naprezanja II ( $\sigma_s \leq f_{yk}$ ), neposredno nakon pojave pukotine

$$\sigma_s = (M_{Sds}/z + N_{Sd})/A_s$$

ovdje je:

$$M_{Sd} = M_g + \Psi_2 \cdot M_q$$

$N_{Sd}$  je (+) ako je sila vlačna

***Ako nema pukotine tj. ako se presjek nalazi u stanju naprezanja I, tada se ne proračunava minimalna armatura ( $\sigma_s$  je mali, pa bi minimalna armatura bila nepotrebno velika).***

## Ograničenje promjera i razmaka šipki armature

Za elemente armirane minimalnom armaturom za ograničenje pukotina, granično stanje širine pukotina neće biti potrebno kontrolirati ako promjeri šipki i razmaci među njima budu manji od graničnih danih u tablicama koje slijede.

Tablica 1. Granične vrijednosti za promjer šipke u ovisnosti o naprezanju u armaturi  $\sigma_s$

Naprezanja u čeliku $\sigma_s$ (N/mm <sup>2</sup> )	Granične vrijednosti za promjer šipke $\phi^*$ (mm)
160	32
200	25
240	20
280	16
320	12
360	10
400	8
450	6

Tablica 2. Granične vrijednosti razmaka šipki u ovisnosti o naprezanju u armaturi  $\sigma_s$

Naprezanje u armaturi $\sigma_s$ (N/mm <sup>2</sup> )	Granične vrijednosti razmaka šipki (cm)	
	Armironi beton Savijanje	Armironi beton Čisti vlak
<b>160</b>	<b>30</b>	<b>20</b>
<b>200</b>	<b>25</b>	<b>15</b>
<b>240</b>	<b>20</b>	<b>12</b>
<b>280</b>	<b>15</b>	<b>7.5</b>
<b>320</b>	<b>10</b>	-
<b>360</b>	<b>5</b>	-

## ***Proračun širine pukotina***

Kada nisu zadovoljeni uvjeti za minimalnu armaturu, promjer i razmak šipki, te kada se traži točnija provjera širine pukotina, potrebno je proračunati širinu pukotina.

**Za granično stanje uporabljivosti (trajnosti) potrebno je dokazati da je karakteristična širina pukotine manja od granične vrijednosti:**

$$w_k \leq w_g$$

Proračunska (karakteristična) širina pukotine može se približno odrediti po izrazu:

$$w_k = \beta \cdot s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm} \quad (\text{mm})$$

$$w_k = \beta \cdot s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm} \leq w_g$$

gdje je:  $\beta$  – omjer proračunske i srednje širine pukotine

$\beta = 1.7$  za naprezanje izazvano opterećenjem ili izazvano prisilnim deformacijama ( $d \geq 80$  cm)

$\beta = 1.3$  za naprezanje izazvano prisilnim deformacijama ( $d \leq 30$  cm)

$s_{rm}$  – srednji razmak pukotina

$\varepsilon_{sm}$  – srednja relativna deformacija armature za mjerodavnu kombinaciju djelovanja

Srednja relativna deformacija armature određuje se po izrazu:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \zeta = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

**Ako je  $\sigma_s < \sigma_{sr}$ , ili ako je izraz u uglatoj zagradi negativan, to znači da nije došlo do pojave pukotina pa se postupak prekida.**

gdje je:

$\zeta$  – koeficijent raspodjele (primjenjuje se i za proračun deformiranja)

$\sigma_s$  – naprežanje u vlačnoj armaturi na mjestu pukotine, a približno se može odrediti po izrazu:

$$\sigma_s = (M_{Sds}/z + N_{Sd}) / A_{s1}$$

ovdje je:

$$M_{Sd} = M_g + \Psi_2 \cdot M_q, \text{ a pri tom je sila } N_{Sd} (+) \text{ ako je vlačna}$$

$\sigma_{sr}$  – naprežanje u vlačnoj armaturi na mjestu i pri pojavi prve pukotine:

$$\sigma_{sr} = M_{cr} / (A_{s1} \cdot z)$$

$$M_{cr} = f_{ct,m} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} \quad \frac{b \cdot h^2}{6} = W \text{ (za pravokutni presjek)}$$

$\beta_1$  – koeficijent kojim se uzima u obzir prionljivost armature i betona

$\beta_1 = 1.0$  za rebrastu armaturu

$\beta_1 = 0.5$  za glatku armaturu

$\beta_2$  – koeficijent kojim se uzima u obzir tip djelovanja

$\beta_2 = 1.0$  za kratkotrajno opterećenje ( $t = 0$ )

$\beta_2 = 0.5$  za dugotrajno opterećenje ili promjenljivo s čestim djelovanjem ( $t = \infty$ )

Srednji razmak pukotina u elementima pretežito naprežanim savijanjem ili vlačnom silom bit će:

$$s_{rm} = 50 + 0.25 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \phi / \rho_r \quad (\text{mm})$$

gdje je:

$\phi$  – promjer šipke u mm ili srednji promjer ako presjek ima različitih profila šipki

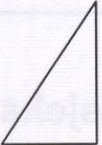


$k_1$  – koeficijent kojim se uzima u obzir prionljivost čelika i betona

$k_1 = 0.8$  za rebrastu armaturu

$k_1 = 1.6$  za glatku armaturu

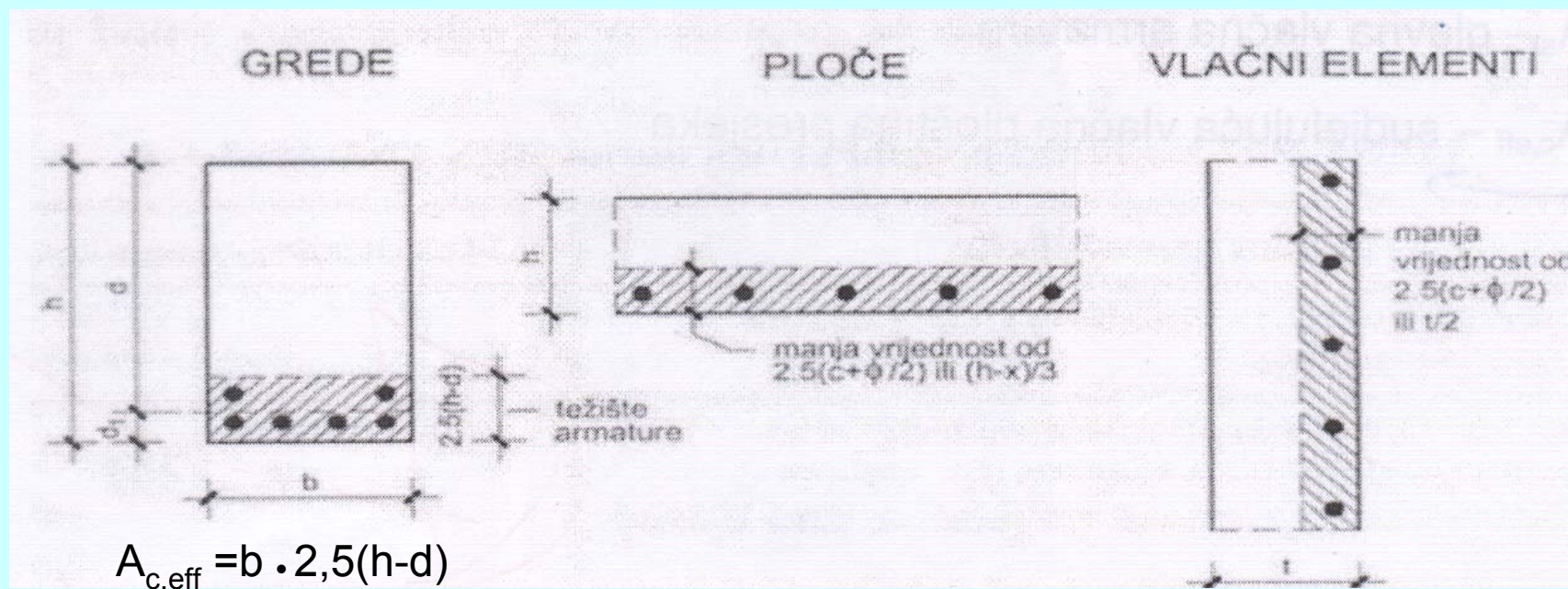
$k_2$  – koeficijent kojim se uzima u obzir utjecaj raspodjele deformacija (prema Tablici 3)

Tablica 3. Veličine koeficijenta  $k_2$  u odnosu na naprezanja u poprečnom presjeku

Skica vlačnog naprezanja po visini presjeka	Veličine koeficijenta $k_2$
	$k_2 = 0.5$ – savijanje niskog presjeka
	$k_2 = 1.0$ – centrični vlak
	$k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 \cdot \varepsilon_1}$ – ekscentrični vlak i savijanje ( $\varepsilon_1$ je veća, a $\varepsilon_2$ manja deformacija na visini $\Sigma h_i$ sudjelujuće vlačne ploštine za presjek na mjestu pukotine)

$\rho_r = A_{s1} / A_{c,eff}$     djelotvorni koeficijent armiranja  
 $A_{s1}$     glavna vlačna armatura  
 $A_{c,eff}$     sudjelujuća vlačna ploština presjeka

Primjeri određivanja sudjelujuće vlačne ploštine:



## Karakteristična širina pukotina

- za armiranobetonski nosač računa se prema izrazu:

$$w_k = \beta \cdot s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm} \leq w_g = 0,3 \text{ mm}$$

- za prednapeti nosač računa se prema izrazu:

$$w_k = \beta \cdot s_{rm} \cdot \varepsilon_{sm} \leq w_g = 0,2 \text{ mm}$$

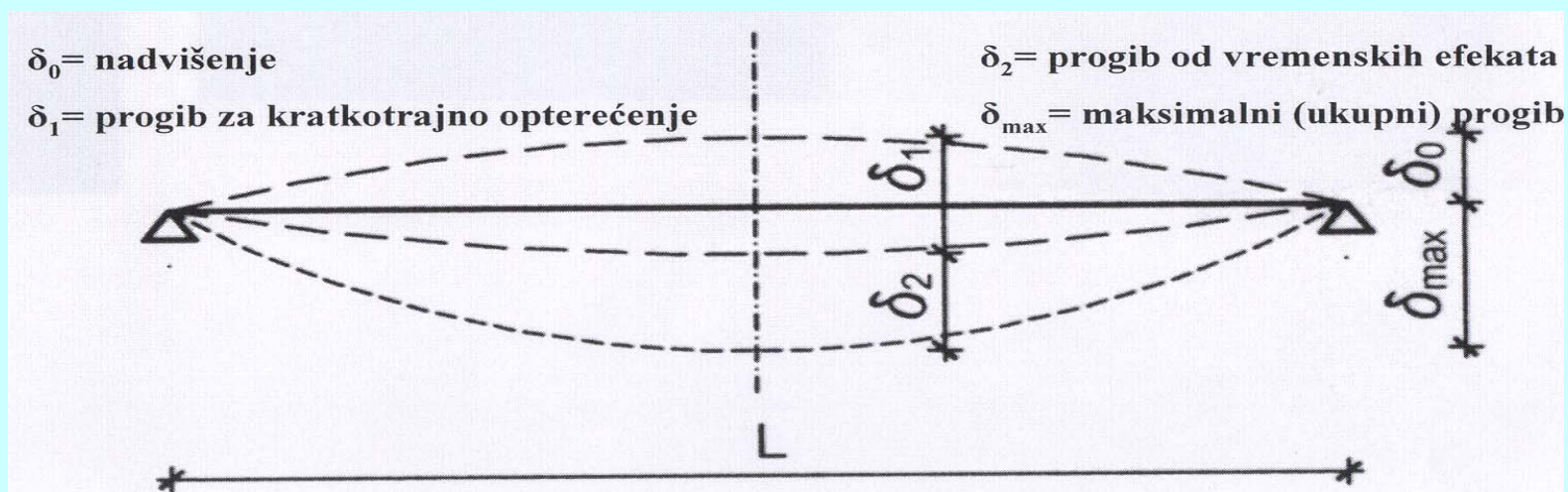
## Granično stanje deformiranja

Deformiranje ili izobličenje građevinskog elementa općeniti je naziv za *progib, zakrivljenost, produljenje ili skraćenje, uvrtnje i promjenu nagiba elementa.*

Deformiranje armiranobetonskih elemenata i konstrukcija dozvoljava se u određenim granicama i pod uvjetom da ne izazove oštećenja nosivog sustava i nenosivih elemenata, te ne smije ugroziti funkcionalnost konstrukcije.

Značajan parametar graničnog stanja deformiranja je **progib** elementa.

### Vertikalni progibi grede:



Da bi se ublažio nepovoljan učinak progiba, dopušteno je izvesti **nadvišenje elementa**, ali ne za više od graničnog progiba.

Veličina progiba ovisi o: mehaničkim karakteristikama materijala,  
geometrijskim veličinama,  
veličini, vrsti i trajanju opterećenja.

\* **Kako utjecati na veličinu progiba:**

Odabirom elemenata što manje vitkosti  $L_{eff}/d$  može se postići zadovoljavajuće mali progib elemenata konstrukcija.

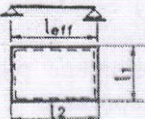
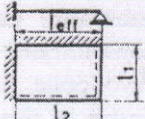
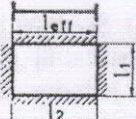
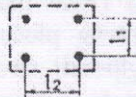

Isto tako umjesto jednorasponskih treba projektirati kontinuirane nosače.

Progibi će biti manji ako je upotrijebljen beton visoke čvrstoće i malog vodocementnog omjera, negom betona za vrijeme očvršćivanja, te redukcijom raspucavanja ili primjenom prednapinjanja.

\* **Kontrolu progiba nije potrebno provoditi uvijek:**

Propisano je da kontrolu progiba nije potrebno provoditi kada granična vitkost elementa  $l_{eff}/d$  ne prelazi vrijednosti naznačene u **Tablici 5**.

**Tablica 5. Granična vitkost kada proračun progiba nije potreban**

Statički sustav	Dopušteni odnos $l_{eff}/d$ odnosno $l_1/d$ ( $l_2/d$ ) za		Shema sustava
	jako naprezan beton $\rho \geq 1.5\%$	slabo naprezan beton $\rho \leq 0.5\%$	
1) Slobodno oslonjeni nosači, slobodno oslonjene ploče naprezane u jednom ili dva okomita smjera	18	25	
2) Prvo polje kontinuiranog nosača ili jednoosno naprezane kontinuirane ploče Prvo polje ploče nosive u dva smjera, kontinuirane preko duže stranice	23	32	
3) Srednje polje kont. nosača ili ploče nosive u jednom ili dva smjera	25	35	
4) Ploče bez podvlaka (ravne ploče) (gljivasti stropovi) (duži raspon)	21	30	
Konzole	7	10	

**Uporabljivost konstrukcije biti će zadovoljena kada se dokaže da je maksimalni progib pojedinih elemenata konstrukcije izazvan opterećenjem, puzanjem i skupljanjem, manji od granične vrijednosti:**

$$f_{\text{tot}} \leq f_g$$

**Tablica 4. Granični (maksimalni) vertikalni progibi (norma HRN ENV 1992-1-1):**

Elementi konstrukcije	$f_{\text{max}}$
Grede, ploče ili grede s prepustima (nazovistalna kombinacija opterećenja)	$L_{\text{eff}}/250$
Ploče ravnog krova. Ploče ili grede na kojima su postavljeni pregradni zidovi neposredno nakon izvedbe.	$L_{\text{eff}}/500$
Ploče ili grede na kojima su postavljeni pregradni zidovi naknadno.	$L_{\text{eff}}/250 + L_{\text{eff}}/500$

Pri proračunu progiba promatraju se dvije krajnje mogućnosti:

- neraspucano stanje (armatura i beton zajedno sudjeluju u nošenju)
- potpuno raspucano stanje (zanemaruje se doprinos nosivosti vlačnog područja betona)

Općenito vrijednost deformiranja može se odrediti po izrazu:

$$\alpha = (1 - \zeta) \cdot \alpha_I + \zeta \cdot \alpha_{II}$$

gdje je:

$\alpha$  – općenita vrijednost deformiranja, može biti progib, zakrivljenost, pomak i sl.

$\zeta$  – koeficijent raspodjele (primjenjuje se i za proračun pukotina)

$\alpha_I, \alpha_{II}$  – odgovarajuće vrijednosti deformiranja za neraspucali (I) i potpuno raspucali element (II)

Za elemente konstantne visine rabi se pojednostavljena metoda, po kojoj se proračuna zakrivljenost na mjestu maksimalnog momenta, a progib se proračuna prema izrazu:

$$f_{\text{tot}} = k \cdot L_2 \cdot \frac{1}{r_{\text{tot}}}$$

gdje je:

$k$  – koeficijent ovisan o statičkom sustavu i opterećenju

$L_2$  – raspon elementa

$r_{\text{tot}}$  – ukupna zakrivljenost elementa u presjeku u sredini raspona, a sastoji se od:

(a) zakrivljenosti zbog opterećenja i puzanja  $1/r_m$

(b) zakrivljenosti zbog skupljanja  $1/r_{\text{csm}}$

**Ukupna zakrivljenost zbog opterećenja, puzanja i skupljanja betona proračunava se prema izrazu:**

$$\frac{1}{r_{\text{tot}}} = \frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_{\text{csm}}}$$

Za proračun progiba potrebno je proračunati slijedeće karakteristike materijala:

- vlačna čvrstoća betona:

$$f_{\text{ct,m}} = 0.3 \cdot (f_{\text{ck}})^{2/3} \quad (\text{N/mm}^2)$$

- modul elastičnosti betona

$$E_{\text{cm}} = 9500 \cdot (f_{\text{ck}} + 8)^{1/3} \quad (\text{N/mm}^2)$$

- proračunski modul elastičnosti betona (za zadanu starost betona u trenutku nanošenja opterećenja):

$$E_{\text{c,eff}} = E_{\text{cm}} / (1 + \varphi(t_{\infty}, t_0))$$

$\varphi(t_{\infty}, t_0)$  - trajni koeficijent puzanja

- omjer modula elastičnosti čelika i betona:

$$\alpha_e = E_s / E_{\text{cm}} \quad (\text{za } t=0)$$

$$\alpha_e = E_s / E_{\text{c,eff}} \quad (\text{za } t=\infty)$$

**Srednja zakrivljenost zbog opterećenja i puzanja** ( $1/r_m$ ) sastoji se od zakrivljenosti u stanju naprezanja I, i stanju naprezanja II:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \zeta) \cdot \frac{1}{r_I} + \zeta \cdot \frac{1}{r_{II}}$$

**Zakrivljenost za stanje naprezanja I proračunava se prema izrazu:**

$$\frac{1}{r_I} = \frac{M_{Sd}}{E_{c,eff} \cdot I_1}$$

$I_1$  – moment tromosti poprečnog presjeka u stanju I

**Zakrivljenost za stanje naprezanja II proračunava se prema izrazu:**

$$\frac{1}{r_{II}} = \frac{\varepsilon_{sI}}{d - x_{II}}$$

$x_{II}$  – udaljenost neutralne osi od gornjeg ruba poprečnog presjeka u stanju II

**Relativna deformacija armature proračunava se prema izrazu:**

$$\varepsilon_{s1} = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

**Naprezanje u armaturi proračunava se prema izrazu:**

$$\sigma_s = \frac{M_{Sd}}{A_{s1} \cdot z} \leq f_{yk}$$

gdje je:

$M_{Sd} = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q$  – proračunski moment savijanja

$A_{s1}$  – ploština vlačne armature

$z$  – krak unutarnjih sila

$\gamma_g = \gamma_q = 1.0$  – parcijalni koeficijenti sigurnosti za stalno i uporabno opterećenje

***Moment nastanka prve pukotine određuje se prema izrazu:***

$$M_{cr} = f_{ct,m} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6};$$

$$f_{ct,m} \approx 0.3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$$

***Naprezanje u armaturi na mjestu i pri nastanku prve pukotine proračunava se prema izrazu:***

$$\sigma_{sr} = \frac{M_{cr}}{A_{s1} \cdot z}$$

Ako je  $M_{Sd} < M_{cr}$  tj.  $\sigma_s < \sigma_{sr}$  presjek ostaje u stanju naprezanja I (bez pukotina), a koeficijent raspodjele zakrivljenosti  $\zeta = 0$  bez obzira na proračunatu vrijednost.

Ako je  $M_{Sd} > M_{cr}$  tj.  $\sigma_s > \sigma_{sr}$  koeficijent raspodjele zakrivljenosti  $\zeta$  proračunava se prema izrazu:

$$\zeta = \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

gdje je:

$\beta_1$  – koeficijent kojim se uzima u obzir prionljivost armature i betona

$\beta_1 = 1.0$  za rebrastu armaturu

$\beta_1 = 0.5$  za glatku armaturu

$\beta_2$  – koeficijent kojim se uzima u obzir tip djelovanja

$\beta_2 = 1.0$  za kratkotrajno opterećenje

$\beta_2 = 0.5$  za dugotrajno opterećenje ili promjenljivo s čestim djelovanjem

**Srednja zakrivljenost zbog skupljanja betona** ( $1/r_{\text{csm}}$ ) sastoji se od zakrivljenosti u stanju naprezanja I, i stanju naprezanja II:

$$\frac{1}{r_{\text{csm}}} = (1 - \zeta) \cdot \frac{1}{r_{\text{csI}}} + \zeta \cdot \frac{1}{r_{\text{csII}}}$$

**Zakrivljenost zbog skupljanja za stanje naprezanja I i II proračunava se prema izrazima:**

$$\frac{1}{r_{\text{csI}}} = \frac{\varepsilon_{\text{cs}\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_{\text{I}}}{I_{\text{I}}}$$

$$\frac{1}{r_{\text{csII}}} = \frac{\varepsilon_{\text{cs}\infty} \cdot \alpha_e \cdot S_{\text{II}}}{I_{\text{II}}}$$

gdje je:

$\varepsilon_{cs\infty}$  – relativna deformacija zbog skupljanja u beskonačnosti (proračunava se za starost betona od 70 godina)

$\alpha_e$  – omjer modula elastičnosti čelika i betona

$S_I$  – statički moment ploštine armature za stanje naprezanja I

$$S_I = A_{s1}(d - x_I) - A_{s2}(x_I - d_2)$$

$I_I$  – moment tromosti poprečnog presjeka za stanje naprezanja I

$$I_I = \frac{b \cdot h^3}{3} + (\alpha_e - 1) \cdot [A_{s1}(d - x_I)^2 + A_{s2}(x_I - d_2)^2]$$

$S_{II}$  – statički moment ploštine armature za stanje naprezanja II

$$S_{II} = A_{s1}(d - x_{II}) - A_{s2}(x_{II} - d_2)$$

$I_{II}$  – moment tromosti poprečnog presjeka za stanje naprezanja II

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_{s1}(d - x_{II})^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_{s2}(x_{II} - d_2)^2$$

**Ukupni progib armiranobetonskog nosača koji se proračuna prema izrazu:**

$$f_{\text{tot}} = k \cdot L_2 \cdot \frac{1}{r_{\text{tot}}} \leq f_g$$

**$f_g$  = maksimalni granični progib dan u **Tablici 4.****

# PRIMJER PRORAČUNA ŠIRINE PUKOTINA

# Postupak prema Gergely-Lutzu

Na temelju velikog broja eksperimenata, Gergely i Lutz su predložili izraz za prognoziranje širine pukotina elemenata armiranih rebrastom armaturom. Maksimalna širina pukotina (koja je analogna karakterističnoj širini pukotina kod EC-2) određuje se prema izrazima :

- za centrični vlak  $\longrightarrow w_{\max} = 14.5 \sigma_s \sqrt[3]{Ad'} \cdot 10^{-6}$  (mm)

- za savijanje  $\longrightarrow w_{\max} = 11 \frac{h_2}{h_1} \sigma_s \sqrt[3]{Ad'} \cdot 10^{-6}$  (mm)

gdje je:

$\sigma_s$  - naprezanja u armaturi na mjestu pukotine (N/mm<sup>2</sup>)

A - sudjelujuća vlačna površina presjeka

$A=2bc/n_s$  (mm<sup>2</sup>) – savijanje (vidjeti Crtež )

$A=2d's$  (mm<sup>2</sup>) - čisti vlak

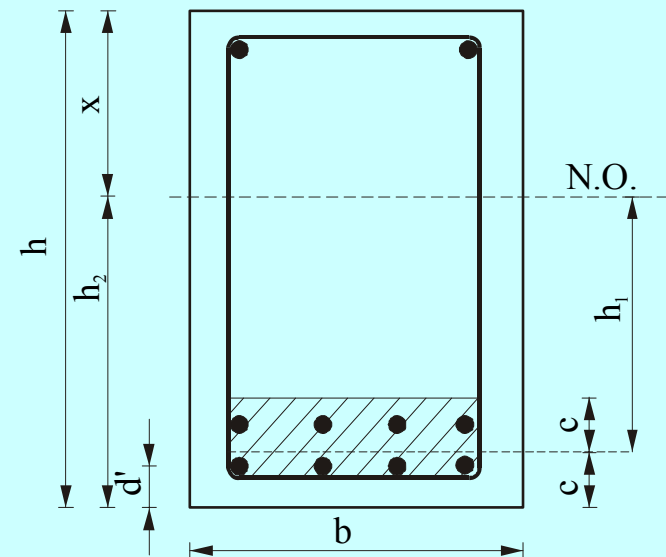
$n_s$  - broj šipki armature u vlačnoj zoni

s - razmak šipki armature (mm)

$d'$  - udaljenost težišta prvog reda šipki od vlačnog ruba (mm)

$h_1$  - udaljenost neutralne osi do vlačnog ruba (mm)

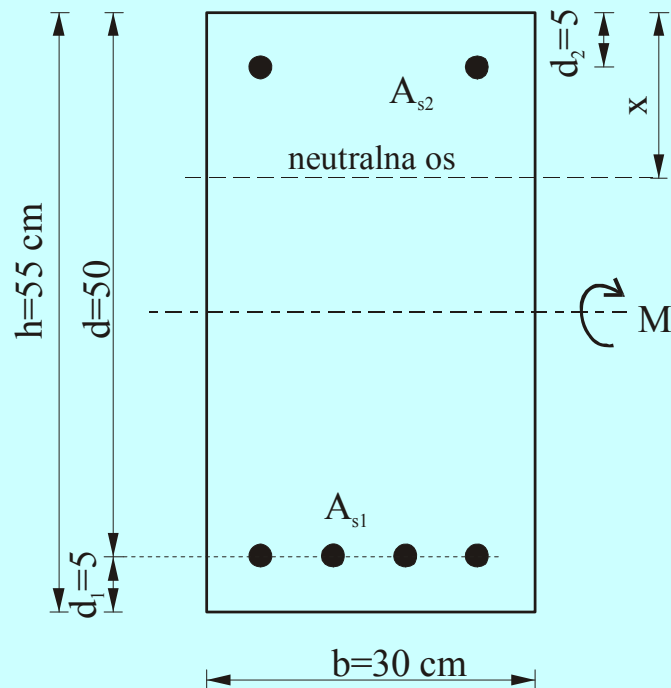
$h_2$  - udaljenost neutralne osi do težišta vlačne armature (mm)



Kada se element armira glatkim čelikom, širinu pukotina treba povećati približno za 20%.

# PRIMJER

Potrebno je proračunati širinu pukotina dvostruko armirane betonske grede pravokutnog poprečnog presjeka, opterećene momentom savijanja (svi podaci prema crtežu).



$A_{s1} = 8.04$ cm <sup>2</sup>	$4\phi 16$
$A_{s2} = 4.02$ cm <sup>2</sup>	$2\phi 16$
Armatura B500B	
$E_s = 205000.0$ N/mm <sup>2</sup>	
Beton C 25/30	
$E_c = 30500.0$ N/mm <sup>2</sup>	
$n = E_s / E_c = 6.7$	
Opterećenje: $M = 85.0$ kNm	

*(i) Proračun prema TPBK (EUROCODE-2)*

Karakteristične čvrstoće betona zadane klase iznose: tlačna  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$  i vlačna  $f_{ct} = 2.6 \text{ N/mm}^2$ .

Položaj neutralne osi:  $S_{ix} = 0$

$$b \frac{x^2}{2} + [nA_{s2}(x - d_2)] - [nA_{s1}(d - x)] = 0 \Rightarrow x = 12.4 \text{ cm}$$

$$z = d - \frac{x}{3} = 50 - \frac{12.4}{3} = 45.9 \text{ cm}$$

Naprezanje vlačne armature:

$$\sigma_s = \frac{M}{A_{s1}z} = \frac{8500}{8.04 \cdot 45.9} = 23.0 \text{ kN/cm}^2$$

Srednja deformacija vlačne armature:

$$M_{sr} = \frac{f_{ct} b h^2}{6} = \frac{0.26 \cdot 30 \cdot 55^2}{6} = 3932.5 \text{ kNcm}$$

$$\sigma_{sr} = \frac{M_{sr}}{A_{s1}z} = \frac{3932.5}{8.04 \cdot 45.9} = 10.6 \text{ kN/cm}^2$$

$$\beta_1 = 1.0; \quad \beta_2 = 0.5$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] = \frac{23.0}{20500} \left[ 1 - 1 \cdot 0.5 \left( \frac{10.6}{23.0} \right)^2 \right] = 0.001$$

Srednji razmak pukotina:

$$s_{rm} = 50 + 0.25 k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \quad A_{c,eff} = 2.5b(h - d) = 2.5 \cdot 30(55 - 50) = 375 \text{ cm}^2$$

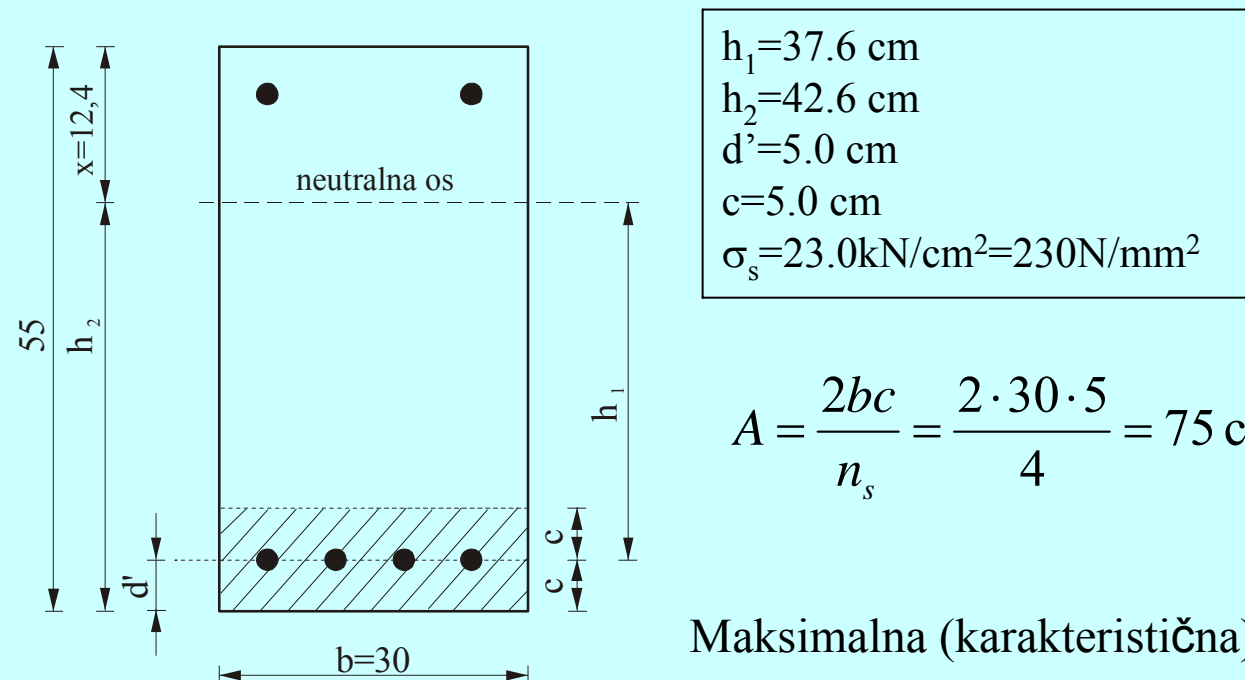
$$k_1 = 0.8; \quad k_2 = 0.5 \quad \rho_r = \frac{A_{s1}}{A_{c,eff}} = \frac{8.04}{375.0} = 0.021$$

Srednji razmak pukotina:  $s_{\text{m}} = 50 + 0.25k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_r} = 50 + 0.25 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \frac{16}{0.021} = 126 \text{ mm}$

Srednja širina pukotina:  $w_{\text{m}} = \varepsilon_{\text{sm}} s_{\text{sm}} = 0.001 \cdot 126 = 0.13 \text{ mm}$

Karakteristična širina pukotina:  $w_k = 1.7 w_m = 1.7 \cdot 0.13 = 0.21 \text{ mm}$

**(ii) Proračun prema Gergely-Lutz**



$$A = \frac{2bc}{n_s} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 5}{4} = 75 \text{ cm}^2 = 7500 \text{ mm}^2$$

Maksimalna (karakteristična) širina pukotina:

$$w_{\text{max}} = 11 \frac{h_2}{h_1} \sigma_s \sqrt[3]{Ad'} \cdot 10^{-6} = 11 \cdot \frac{426}{376} \cdot 230 \cdot \sqrt[3]{7500 \cdot 50} \cdot 10^{-6} = 0.21 \text{ mm}$$