

*KATEDRA ZA BETONSKE KONSTRUKCIJE I MOSTOVE
STRUČNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA*

BETONSKE KONSTRUKCIJE I

(god. 2007/2008.)

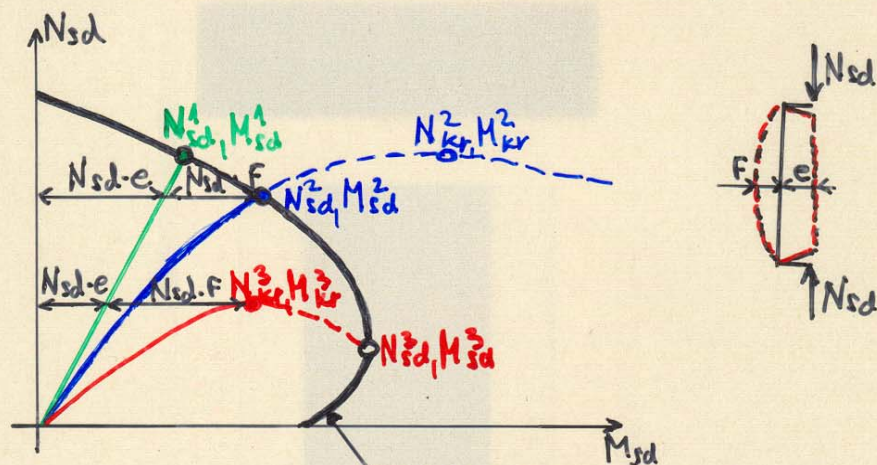
*Predmetni nastavnik:
V.pred. mr.sc. Vladica Herak-Marović, dipl.ing.građ.*

Nastavne jedinice kolegija:

- (1) Fizikalno mehanička svojstva betona i čelika za armiranje; deformacije betona;
- (2) Uvjeti zajedničkog rada betona i armature; prionljivost, sidrenje, nastavljanje, oblikovanje, zaštitni slojevi; razmaci šipki; odredbe propisa;
- (3) Osnove proračuna armiranobetonskih elemenata prema GSN;
- (4) Dimenzioniranje presjeka na savijanje (pravokutni presjeci, T-presjeci, jednostruko i dvostruko armirani presjeci);
- (5) Dimenzioniranje presjeka na centrični i ekscentrični tlak i vlak;
- (6) Dimenzioniranje na poprečne sile; dimenzioniranje na torziju;
- (7) Lokalni tlačni naponi;
- (8) **Vitki elementi naprezani centričnom i ekscentričnom tlačnom silom; stupovi;**
- (9) Osnove proračuna armiranobetonskih elemenata prema GSU (naprezanja, pukotine, progibi);
- (10) Konstruiranje armature u različitim elementima konstrukcija; neki detalji; odredbe propisa.

*Vitki elementi naprezani centričnom i
ekscentričnom tlačnom silom; stupovi*

MOGUĆNOST OTKAZIVANJA NOSIVOSTI ARMIRANOBETONSKIH ELEMENATA PRI INTERAKCIJI M_{sd} i N_{sd}



KRIVULJA NOSIVOSTI
(RAČUNSKE SILE M_{sd} I N_{sd} UZROKUJU GRANIČNE REL. DEF. U BETONU I ČELIKU)

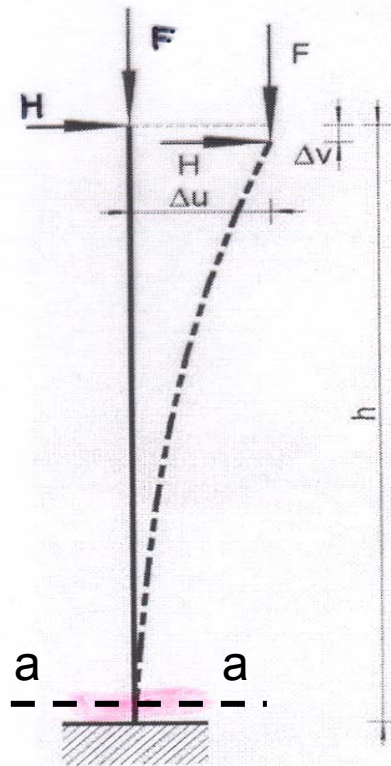
- MALA VITKOST ELEMENATA (PROBLEM NOSIVOSTI - OTKAZIVANJE NOSIVOSTI KOD SILA N_{sd}^1 I M_{sd}^1)
- SREDNJA VITKOST ELEMENATA (PROBLEM NOSIVOSTI - OTKAZIVANJE NOSIVOSTI KOD SILA $N_{sd}^2 < N_{sd}^1$ I $M_{sd}^2 > M_{sd}^1$)
- VELIKA VITKOST ELEMENATA (PROBLEM STABILNOSTI - OTKAZIVANJE NOSIVOSTI ZBOG GUBITKA STABILNOSTI KOD SILA $N_{kr}^3 < N_{sd}^2$ I M_{kr}^3 PRIJE NEGO SU POSTIGNUTE RAČUNSKE SILE N_{sd}^3 I M_{sd}^3)

TEORIJE PRORAČUNA

- Uglavnom konstrukcije računamo prema *linearnoj teoriji* (u izrazima za deformacije su samo linearni članovi), a uvjeti ravnoteže se postavljaju na nedeformiranom sustavu – **Teorija I reda**.
- Ako je granično stanje nosivosti uzrokovano gubitkom stabilnosti (izvijanje), uvjeti ravnoteže se postavljaju na deformiranom sustavu, s tim da se u izrazima za deformacije mogu:
 - zadržati samo linearni članovi - **Teorija II reda**
 - zadržati i nelinearni članovi – **Teorija III reda**.
- Proračun po **teoriji II reda** provodi se za vitke konstrukcije ili vitke elemente pretežno naprezane uzdužnom tlačnom silom, kojima nosivost znatno ovisi o njihovoj deformabilnosti.
- Načela vrijede za:
 - * armiranobetonske i prednapete štapne elemente naprezane tlačnom uzdužnom silom sa savijanjem ili bez njega uz zanemarivanje torzijskih učinaka;
 - * za konstrukcijske elemente kao što su: zidovi, ljuske, vitke grede, zidni nosači, te svi elementi u kojima mogu nastupiti značajna lokalna deformiranja.

- Dokaz stabilnosti konstrukcije, kojim se uzimaju u obzir učinci prema teoriji II reda, osigurava da za najnepovoljniju kombinaciju djelovanja u graničnom stanju nosivosti ne nastupi gubitak statičke ravnoteže pojedinih elemenata ili sustava kao cjeline, kao ni otkazivanje nosivosti pojedinih presjeka naprezanih na ekscentrični tlak.
- Ponašanje se mora ispitati za svaki smjer u kojem može doći do otkazivanja nosivosti zbog učinaka prema teoriji II reda.
- Svojstva materijala uzimaju se s njihovim proračunskim vrijednostima.
- **Utjecaj učinaka dobivenih po teoriji II reda treba kod tlačnih elemenata uzeti u obzir ako povećanje momenata savijanja dobivenih prema teoriji I reda iznosi više od 10 %.**

PRIMJER PRORAČUNA REZNIH SILA: (Presjek a-a)



Rezne računске sile po teoriji I reda:

$$N_{sd}^I = F$$

$$M_{sd}^I = H \cdot h$$

Rezne računске sile po teoriji II reda:

$$N_{sd}^{II} = F$$

$$M_{sd}^{II} = H \cdot (h - \Delta v) + F \cdot \Delta u$$

1. SLUČAJ: Nema uzdužne sile ili je zanemariva ($F \approx 0.0$)

$$M_{sd}^{II} = H \cdot (h - \Delta v) + F \cdot \Delta u = H \cdot (h - \Delta v) < M_{sd}^I = H \cdot h$$

2. SLUČAJ: Sustav nije vitak ($\Delta u \approx \Delta v \approx 0.0$)

$$M_{sd}^{II} = H \cdot (h - \Delta v) + F \cdot \Delta u \approx H \cdot h = M_{sd}^I$$

3. SLUČAJ: Sustav je vitak ($\Delta u \gg \Delta v \neq 0.0$)

$$M_{sd}^{II} = H \cdot (h - \Delta v) + F \cdot \Delta u > M_{sd}^I = H \cdot h$$

Mjera vitkosti – parametar izvijanja λ

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{\sqrt{I/A}}$$

U analizi sustava po teoriji II reda treba razlikovati:

- 1) Ukružene sustave i elemente od onih koji to nisu
- 2) Horizontalno pomične i horizontalno nepomične sustave

1) **Ukrućeni sustavi i elementi te oni koji to nisu**

Ukrućujući element je onaj koji ima veliku krutost na savijanje i/ili posmik i koji je potpuno ili djelomično upet u temelj ili podrumsko zide (npr. ab. zid). Treba imati dostatnu krutost za prihvaćanje svih horizontalnih djelovanja na konstrukciju i prijenos djelovanja do temelja, te osiguravati stabilnost ukrućenih elemenata konstrukcije.

Kruti sustav sadrži jedan ili više krutih elemenata u oba smjera.

Općenito se proračun ukrućujućih elemenata smije provesti prema *teoriji I reda*, a proračun po *teoriji II reda* treba provesti kad su ukrućujući elementi relativno savitljivi.

Konstrukcija s ukrućujućim elementima koja ispunjava navedene zahtjeve smatra se **ukrućenom konstrukcijom**.

Ukrućene konstrukcije kod kojih se ukrućenje postiže krutim nosivim zidovima ili jezgrama smatraju se nepomičnim. Sve horizontalne sile prihvaćaju kruti elementi (zidovi), a ostali elementi (stupovi) ovisno o vitkosti proračunavaju se prema teoriji I, odnosno II reda, uključujući imperfekciju i puzanje betona. Često se pri tom koriste pojednostavljene metode.

2) *Horizontalno pomični i horizontalno nepomični sustavi*

Konstrukcije ili elementi s ukružujućim elementima ili bez njih, za koje se utjecaj horizontalnih pomaka čvorova na proračunske momente i sile može zanemariti smatraju se **horizontalno nepomičnim sustavima**, a u protivnom to su **horizontalno pomični sustavi**.

Pomični sustavi se računaju po teoriji II reda.

Horizontalno nepomični sustavi su oni koji zadovoljavaju uvjet:

- za $n \leq 3$ $h_{\text{tot}} \cdot \sqrt{(F_v/E_{\text{cm}} \cdot I_c)} \leq 0.2 + 0.1 \cdot n$
- za $n > 4$ $h_{\text{tot}} \cdot \sqrt{(F_v/E_{\text{cm}} \cdot I_c)} \leq 0.6$

gdje je:

h_{tot} = ukupna visina zgrade od temelja ili stropa podruma

n = broj katova

F_v = suma ukupnog vertikalnog opterećenja

$E_{\text{cm}} \cdot I_c$ = suma krutosti na savijanje vertikalnih krutih elemenata

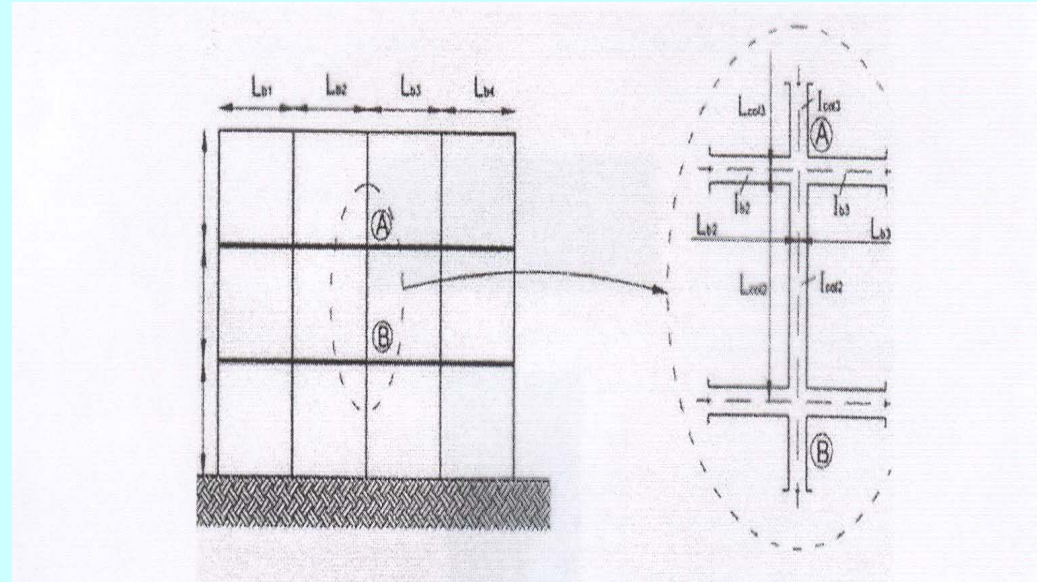
- **Razlika između tlačno opterećenog elementa u horizontalno pomičnom ili nepomičnom sustavu je u duljini izvijanja;** (duljina izvijanja je znatno veća kod horizontalno pomičnih sustava pa je racionalnije projektirati horizontalno pridržane sustave – pridržani su sa zidovima ili krutom jezgrom).
- U konstrukcijama visokogradnje za određivanje duljine izvijanja koriste se **Jackson-Morelandovi nomogrami.**

Proračunska duljina izvijanja stupa može se odrediti kao:

$$l_0 = \beta \cdot l_{col}$$

Za korištenje nomograma treba proračunati koeficijente k_A i k_B koji opisuju stupanj upetosti na krajevima promatranog elementa.

Proračun duljine izvijanja stupa prema Jackson - Morelandovim nomogramima:



Koeficijenti koji opisuju stupanj upetosti na krajevima:

- Za upete čvorove A i B: $k_A = 0$ i $k_B = 0$

- Za slobodni vrh A (vrh konzole): $k_A = \infty$

- Za ostale slučajeve:

$$k_A \text{ ili } k_B = \frac{\sum E_{cm} I_{col}}{I_b}$$

Proračun koeficijenta upetosti k_A i k_B prema izrazu:

$$k_A \text{ ili } k_B = \frac{\frac{\sum E_{cm} I_{col}}{l_{col}}}{\frac{\sum E_{cm} \alpha I_b}{l_b}}$$

gdje je:

E_{cm} – modul elastičnosti betona

I_{col} – moment tromosti presjeka stupa

I_b – moment tromosti presjeka grede

l_{col} – duljina stupa između čvorova

l_b – proračunski raspon grede

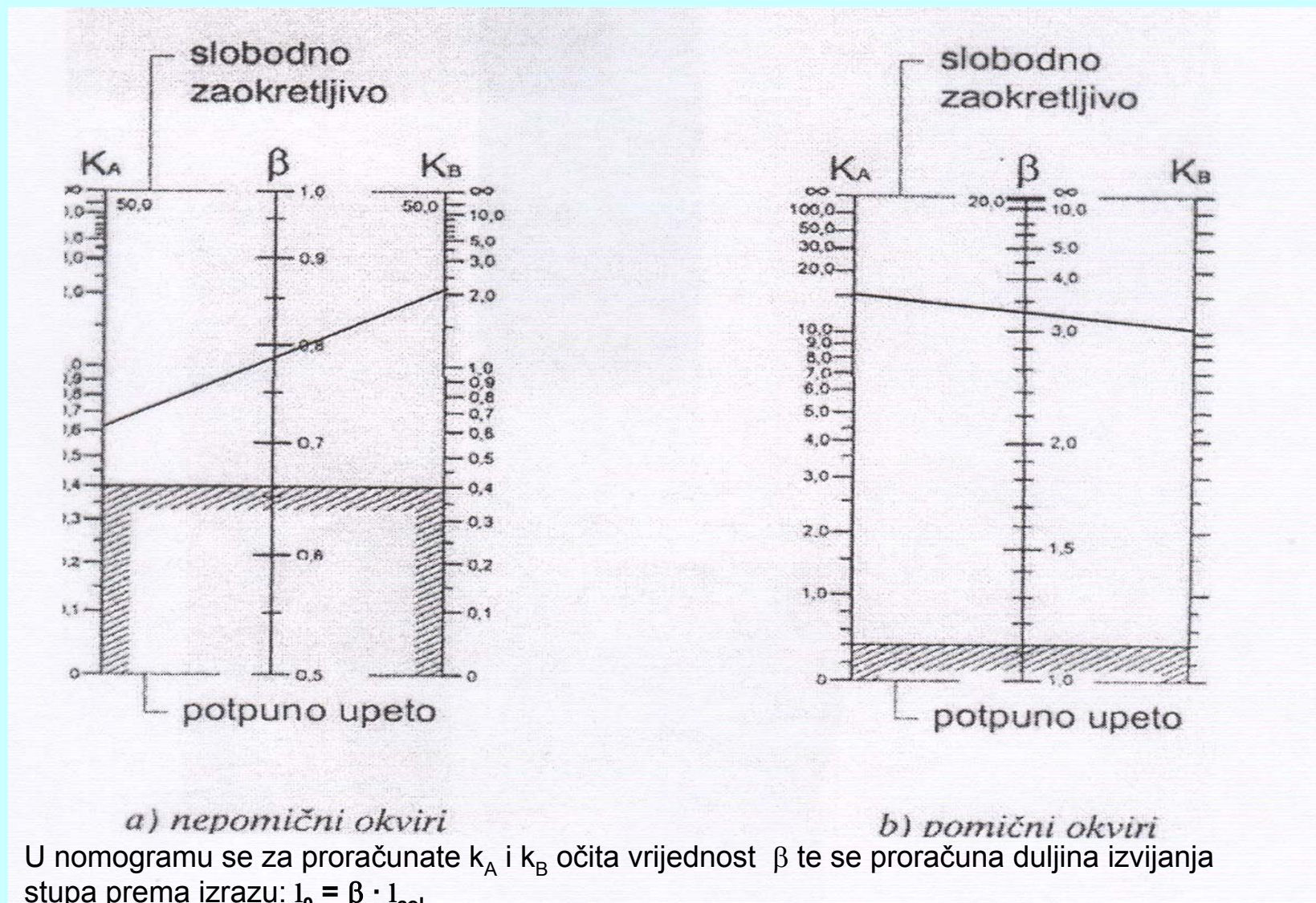
α – koeficijent kojim se uzima u obzir oslanjanje suprotnog kraja grede:

$\alpha = 1.0$ suprotni kraj je elastično ili kruto upet

$\alpha = 0.5$ suprotni kraj je zglobno oslonjen

$\alpha = 0.0$ konzola

Jackson - Morelandovi nomogrami



POSTUPCI PRORAČUNA TLAČNIH ELEMENATA (STUPOVA)

- 1) Pojedinačni tlačni element u **horizontalno pomičnim sustavima** smatra se vitkim ako je njegova vitkost:

$$\lambda = l_0/i > \lambda_{lim} = 25 \text{ ili } \lambda > \lambda_{lim} = 15/\sqrt{v_u}$$

gdje je:

$v_u = N_{sd}/(A_c \cdot f_{cd})$ – bezdimenzijska uzdužna sila

λ – vitkost

l_0 – duljina izvijanja

i – polumjer tromosti u “slabijem” smjeru presjeka stupa

- Kod dimenzioniranja treba uzeti u obzir nepouzdanosti pretpostavljenih učinaka teorije II reda, osobito zbog netočnosti izmjera i nepouzdanosti položaja i smjera uzdužnih sila. Ako se ne propisuju druge mjere, rabe se **zamjenjujuće geometrijske nesavršenosti**.

- Za pojedinačne tlačne elemente smiju se *geometrijske zamjenjujuće nesavršenosti* uvesti povećanjem ekscentričnosti uzdužne sile za *dodatnu ekscentričnost* e_a koja djeluje u najnepovoljnijem smjeru:

$$e_a = v \cdot l_0/2$$

$l_0 = \beta \cdot l_{col}$ - duljina izvijanja pojedinačnog tlačnog elementa
(iz nomograma)

$v = 1/(100 \cdot \sqrt{h_{tot}}) \geq v_{min}$ - kut nagiba konstrukcije prema vertikali
(u lučnoj mjeri)

gdje je:

β – koeficijent izvijanja (iz nomograma)

l_{col} – stvarna dužina stupa

h_{tot} – ukupna visina građevine (u metrima)

Za v_{min} treba uzeti:

$v_{min} = 1/400$ - ako su učinci prema teoriji II reda zanemarivi (nepomični sustavi)

$v_{min} = 1/200$ - ako učinci prema teoriji II reda nisu zanemarivi (pomični sustavi)

- 2) Pojedinačne tlačne elemente u **horizontalno nepomičnim konstrukcijama** (čak i kada su razvrstani kao vitki) nije potrebno proračunavati po teoriji II reda ako je zadovoljen uvjet:

$$\lambda = l_0/i = l_0/\sqrt{I/A} \leq \lambda_{\text{crit}} = 25 \cdot (2 - e_{01}/e_{02})$$

gdje su e_{01} i e_{02} ekscentričnosti uzdužne tlačne sile na krajevima elementa, a uzima se da je $|e_{02}| \geq |e_{01}|$.

U tom slučaju treba elemente dimenzionirati na unutarnje sile:

$$\begin{aligned} N_{\text{Rd}} &= N_{\text{Sd}} \\ M_{\text{Rd}} &= N_{\text{Sd}} \cdot h/20 \end{aligned}$$

pri čemu su:

N_{Rd} i M_{Rd} proračunske nosivosti na uzdužnu silu i moment savijanja.

Tlačne elemente koji ne zadovoljavaju navedeni kriterij treba proračunati po **teoriji II reda**, pri čemu vitkost elementa ne smije prelaziti graničnu vrijednost:

$$\lambda < \lambda_{\text{lim}} = 140$$

Može se koristiti i ***pojednostavljeni postupak*** koji vrijedi za elemente konstantnog presjeka i armature.

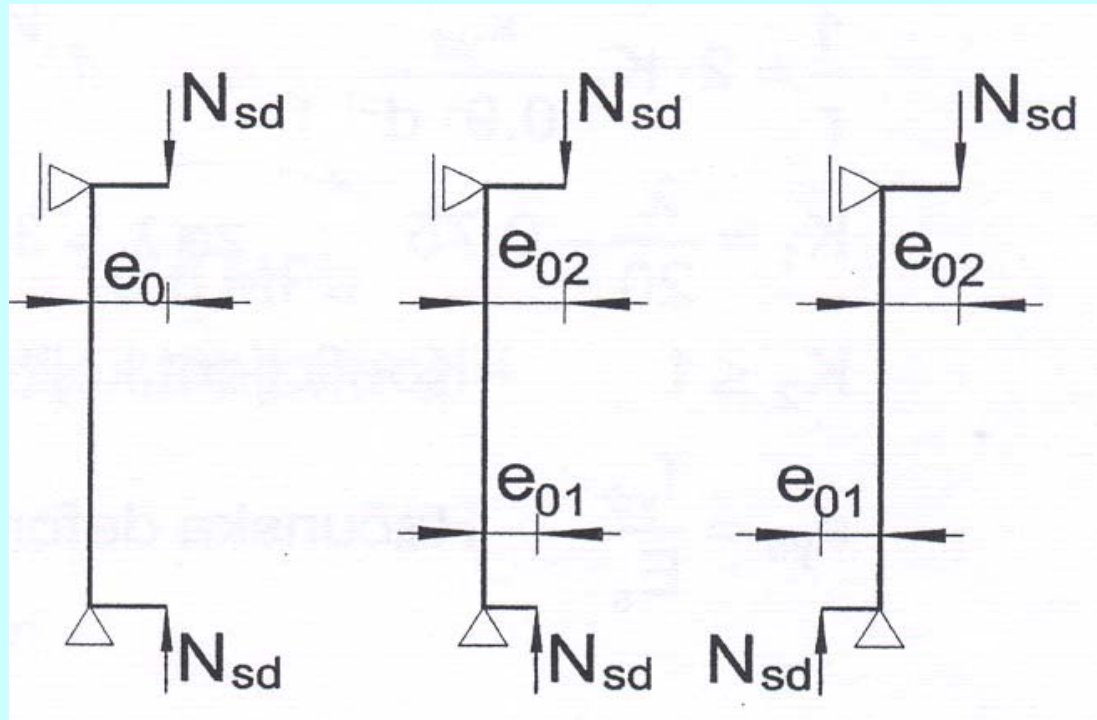
Pojednostavljeni postupak proračuna pojedinačnih elemenata:

U konstrukcijama visokogradnje smije se umjesto proračuna vitkog sustava kao cjeline po teoriji II reda, primijeniti pojednostavljeni postupak, (za proračun tlačnih elemenata s vitkošću $\lambda < \lambda_{\text{lim}} = 140$).

Po pojednostavljenom postupku, element se promatra kao pojedinačni tlačni element (izdvojen iz sustava) i pretpostavlja se pojednostavljeni oblik deformiranja elementa.

Nosivost tlačnog elementa u sustavu većinom će biti veća od nosivosti elementa izdvojenog iz sustava, pa je proračun ovakvim modelom na strani sigurnosti.

Proračunski model za određivanje ukupne ekscentričnosti:



- (a) jednake ekscentričnosti na oba kraja elementa
- (b) i (c) različite ekscentričnosti na krajevima elementa

(a) Ekscentričnosti prema teoriji I reda na oba kraja elementa jednake (sl. a):

Ukupna ekscentričnost za tlačne elemente sa stalnim poprečnim presjekom u kritičnom presjeku iznosi:

$$e_{\text{tot}} = e_0 + e_a + e_2$$

gdje je:

e_0 – ekscentričnost prema teoriji I reda

$$e_0 = M_{\text{sd1}}/N_{\text{sd}}$$

M_{sd1} – proračunski moment savijanja prema teoriji I reda

N_{sd} – proračunska uzdužna sila

e_a – dodatna ekscentričnost

$$e_a = v \cdot l_0/2$$

$$l_0 = \beta \cdot l_{col} - \text{duljina izvijanja (iz nomograma)}$$

$$v = 1/(100 \cdot \sqrt{h_{tot}}) \geq v_{min} - \text{kut nagiba konstrukcije prema vertikali}$$

gdje je:

β – koeficijent izvijanja (iz nomograma)

l_{col} – stvarna dužina stupa

h_{tot} – ukupna visina građevine (u metrima)

Za v_{min} treba uzeti:

$v_{min} = 1/400$ ako su učinci prema teoriji II reda zanemarivi (nepomični sustavi)

$v_{min} = 1/200$ ako učinci prema teoriji II reda nisu zanemarivi (pomični sustavi)

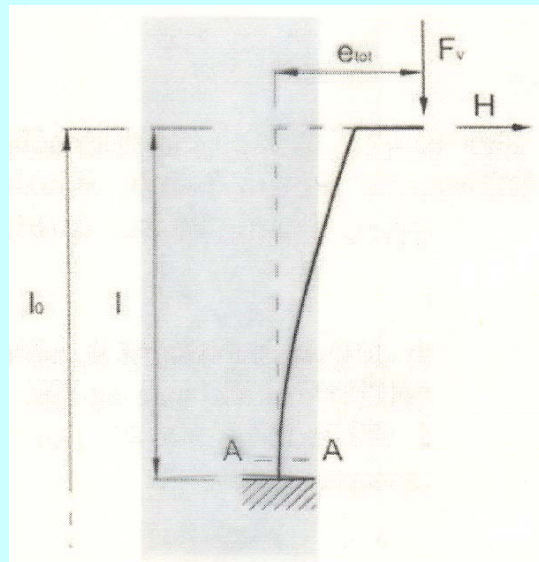
e_2 – ekscentričnost zbog deformiranja sustava-odgovara teoriji II reda (str.23)

(b) Ekscentričnosti prema teoriji I reda različite na oba kraja elementa (sl. b i c):

Ukupna ekscentričnost za tlačne elemente sa stalnim poprečnim presjekom naprezane momentima koji se linearno mijenjaju uzduž elementa i za koje ekscentričnosti na krajevima imaju različite vrijednosti i/ili predznak, u kritičnom presjeku iznosi:

$$e_{\text{tot}} = e_e + e_a + e_2$$

Proračunski model stupa (konzolni stup):



gdje je:

e_e – zamjenjujuća ekscentričnost, uzima se veća vrijednost od dobivenih prema izrazima:

$$e_e = 0.6 \cdot e_{02} + 0.4 \cdot e_{01} \quad \text{ili} \quad e_e = 0.4 \cdot e_{02}$$

e_{01} i e_{02} – ekscentričnosti uzdužne sile dobivene prema teoriji I reda na oba kraja elementa, pri čemu je $|e_{02}| \geq |e_{01}|$

e_a – dodatna ekscentričnost (str. 21)

e_2 – ekscentričnost zbog deformiranja sustava (odgovara teoriji II reda), a može se izračunati po izrazu:

$$e_2 = 0.1 \cdot K_1 \cdot l_0^2 \cdot (1/r)$$

$$e_2 = 0.1 \cdot K_1 \cdot l_0^2 \cdot (1/r)$$

gdje je:

l_0 – duljina izvijanja

K_1 – korekcijski faktor

$$\text{za } 15 \leq \lambda \leq 35 \quad K_1 = \lambda/20 - 0.75$$

$$\text{za } \lambda > 35 \quad K_1 = 1$$

$1/r$ – zakrivljenost

$$1/r = 2 \cdot K_2 \cdot \varepsilon_{yd} / (0.9 \cdot d)$$

gdje je:

K_2 – koeficijent kojim se uzima u obzir smanjenje zakrivljenosti $1/r$ kod istodobnog povećanja uzdužne sile $K_2 \leq 1$

(uzmemo li $K_2 = 1$, biti će to na strani sigurnosti)

$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$ – proračunska deformacija armature pri proračunskoj granici popuštanja

d – statička visina presjeka u očekivanom smjeru otkazivanja stabilnosti

- * **Proračunske rezne sile N_{sd}^{II} i M_{sd}^{II} na deformiranom sustavu, (sile za dimenzioniranje elementa):**

$$N_{sd}^{II} = N_{sd}^I$$

$$M_{sd}^{II} = N_{sd}^I \cdot e_{tot} + (\Delta M_{\varphi}^I)$$

ΔM_{φ}^I – dodatni moment savijanja zbog puzanja (puzanje betona povećava ekscentričnost):

$$\Delta M_{\varphi}^I = 0.1 \cdot \gamma_F \cdot M_G^I$$

gdje je:

M_G^I – moment savijanja prema teoriji I reda

$\gamma_F = 1.2$ – za statički određene sustave

STUPOVI

Stupovi su elementi nosive konstrukcije za koje vrijedi $h \leq 4b$.

Oznake:

b = širina stranice presjeka

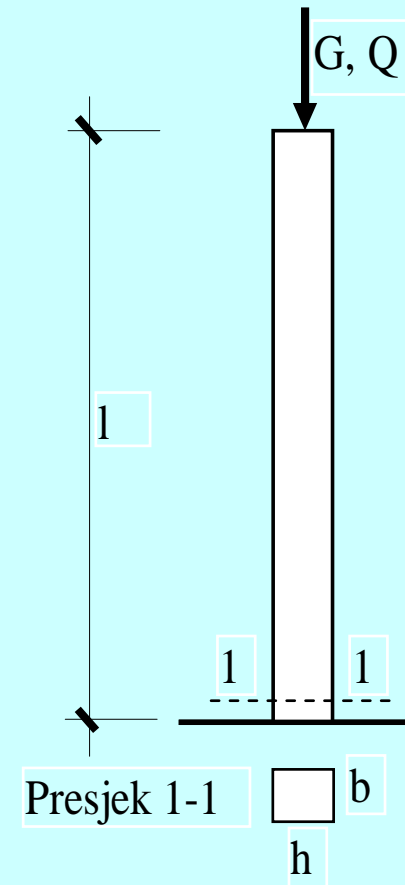
h = duljina stranice presjeka

l = visina stupa

Opterećenje:

Sila (centrična ili ekscentrična; vlačna ili tlačna)

Stupovi su najčešće tlačno opterećeni.



Centrično opterećene stupove za koeficijent vitkosti $\lambda \leq 25$ treba proračunavati kao stupove s malom ekscentričnošću ($e_{\min} \geq b/30$; $e_{\min} \geq h/30$; $e_{\min} \geq 2$ cm.

Određivanje dimenzija stupova:

- *Najmanja dopuštena duljina stranice presjeka stupa iznosi:*
 - 20 cm za stupove koji se betoniraju vertikalno na mjestu
 - 14 cm za horizontalno betonirane predgotovljene stupove
 - 25 cm za stupove u seizmički aktivnim područjima

- *Određivanje dimenzija stupa u potresnim područjima (prema EC-8):*
 - $v_{sd} = N_{sd} / b \cdot h \cdot f_{cd} \leq 0.75$ (razred duktilnosti L)
 - $v_{sd} = N_{sd} / b \cdot h \cdot f_{cd} \leq 0.65$ (razred duktilnosti M)
 - $v_{sd} = N_{sd} / b \cdot h \cdot f_{cd} \leq 0.55$ (razred duktilnosti H)

Pa npr. slijedi:

$$b \cdot h \geq N_{sd} / 0.65 \cdot f_{cd} ; \quad N_{sd} = 1.35N_g + 1.5N_q$$

Armatura stupova:

Uzdužna armatura (vertikalna):

- **Najmanja ploština presjeka ukupne uzdužne armature $A_{s,min}$:**

1) $A_{s,min} = 4 \phi 12$; (najmanji promjer uzdužnih armaturnih šipki je **12 mm**)

* za okrugli stup je $6 \phi 12$

* za poligonalni stup najmanje 1 šipka u svakom kutu

* kod pravokutnih poprečnih presjeka kod kojih je $b \leq 40$ cm i $h \leq b$ dovoljna je po 1 šipka u svakom kutu

2) $A_{s,min} = 0.15 \cdot N_{sd} / f_{yd}$

gdje je:

- f_{yd} = proračunska granica popuštanja betonskog čelika

- N_{sd} = proračunska uzdužna sila

- A_c = ukupna ploština presjeka betona

3) $A_{s,min} = 0.003 \cdot A_c$ ($A_{s1,min} = A_{s2,min} = 0.0015 \cdot b \cdot h$)

4) $A_{s,min} = 0.01 \cdot A_c$ ili $8 \phi 12$ (ako stup preuzima sile potresa)

Mjerodavna je najveća vrijednost!

- **Najveća ploština presjeka ukupne uzdužne armature $A_{s,max}$:**

$$A_{s,max} = 0.04 \cdot A_c \quad (A_{s1,max} = A_{s2,max} = 0.02 \cdot b \cdot h)$$

$$A_{s,max} = 0.08 \cdot A_c \quad (\text{u presjeku nastavljanja armature preklopom})$$

Razmak vertikalne armature:

* maksimalni razmak iznosi 30 cm

* ako stup preuzima sile potresa maksimalni razmak iznosi 20 cm

Poprečna armatura:

- Promjer poprečne armature (spone, petlje ili zavojnice) treba biti najmanje 6 mm ili $\phi_{s,max}/4$ (mjerodavna je veća vrijednost).
- Promjer žica kod mreža koje se rabe kao spone treba biti najmanje 5 mm.
- Poprečna armatura treba obuhvatiti uzdužnu armaturu i treba biti dovoljno usidrena.
- Od izvijanja se jednostrukom armaturom može osigurati najmanje do 5 šipki uzdužne armature po jednom uglu. Ostala armatura se mora osigurati dodatnom poprečnom armaturom koja se može ugraditi na najviše dvostrukom razmaku projektom predviđene armature.

Razmak (vertikalni) spona e_w :

1) $e_w = 12 \phi_{s,min}$ $\phi_{s,min}$ = najmanji promjer vertikalne armature stupa (≥ 12 mm)

2) $e_w \leq b$

3) $e_w \leq 30$ cm

4) $e_w \leq 10$ cm ako stup preuzima sile potresa za duktilnost H

5) $e_w \leq 15$ cm ako stup preuzima sile potresa za duktilnost M

6) $e_w \leq 20$ cm ako stup preuzima sile potresa za duktilnost L

Mjerodavna je najmanja vrijednost!

Navedeni razmaci poprečne armature e_w moraju se umanjiti s faktorom 0.6:

- u područjima neposredno iznad i ispod greda ili ploča na visini jednakoj većoj izmjeri presjeka stupa
- kod nastavljanja na preklop kad je najveći promjer uzdužnih šipki >14 cm.

Neke napomene:

- Spone se postavljaju i kroz čvor (ab. okviri i rešetke).
- Svaka uzdužna šipka (ili grupa uzdužnih šipki) mora u kutovima biti pridržana poprečnom armaturom.
- Kod promjene smjera uzdužne armature (npr. kod promjene dimenzija presjeka stupa) treba razmak poprečne armature utvrditi uzimanjem u obzir skretnih sila.